求表捷術

數之用乘除加減而已乘與除對加與[illegible]之與加減則兩不相通對數欲以加減代乘除故求之殊不易鄂士戴先生著爲簡法別立開方製表得表後以累除代開後復捨開方而用假設數求定準數較舊已簡顧其開平方用遞乘遞除竊謂此乃開諸乘方通法不獨平方以語鄂士翼日各以所立術互質允若合符說詳自序鄂士既得此通法乃續行推衍分倍大折小率以示其綱求對數根以總其要參之用數借數以濟其窮于是法愈簡得數亦愈密書成屬序于余余維加減不通于乘除而妙能通之者惟遞加數數中遞加一得諸根遞加根得平積遞

加平積得立積乃至多乘積加既由根而得積減亦由積而得根蓋加卽乘減卽除矣且逐層皆屬方廉隅遞以次層乘之首層除之得自上而下逐層而其數皆倍遞以首層乘之次層除之得自下而上逐層而其數皆半是則諸乘方連比例與夫假數折半眞數開方之蘊悉錯綜參伍默而寓之於一圖開方通法卽從此數轉變而出者故能抉乘除加減之根而操乎其所不得遁遞加之爲數誠妙矣哉此數舊稱廉率亦曰三角堆惜未有表章而推闡之者今鄂士以此闡對數逐次乘除法遞加根也二數三數至多數遞加積也根定而積從于此探對數之眞源卽于

此顯遞加之神應讀是書者果因端竟委而觀其通會心當自不遠也道光丁未巧夕前一日梅侶弟項名達題于印蓮小室

前歲之秋予以對數簡法呈梅侶項先生翼日謂予曰連比例遞求法可開平方亦可開諸乘方會得二術屬稿未定予歸而思之亦得二術以呈先生而先生亦以定稿見示其逐數皆正一術與予正負相閒者不同其第一數正而以下皆負一術則若合符節焉於是開諸乘方遂有三術予思既有三術必更有一術因補衍之將呈先生而先生適以補衍一術見示又若合符節焉惟先生以乘數加一爲廉率而予以連比例率推之復一一脗合因以其法用代累乘求積亦無不可通乃知廉率本通於連比例率也夫對數開平方多次以開方舊法至十二乘已屬繁重

斷難開至億兆乘故以平方代開耳今開諸乘方既通爲一法可不必代開由是因繁得簡復推得開極多位九乘方之法而對數之簡法出矣蓋前術用假設對數乃立天元一術即西人之借根方但天元一可乘而不受除常寄除法爲母今須累除數百次則寄母極繁不可算不得不徑用除法既用除法則數百次之畸零累積其差甚大故難求至多位不如連比例遞求法之所差極微也至對數還原即代累乘求積之法而變通之因亦類坿焉丙午秋八月鄂士戴煦識於脩汲齋

續對數簡法總目

坿

有對數求眞數

續對數簡法

論率

對數生於連比例率如設一數爲本數第一率命爲方根則其自乘之積爲倍大第二率再自乘之積爲倍大第三率三自乘之積爲倍大第四率故以本數之對數二乘之卽自乘積之對數三乘之卽再乘積之對數四乘之卽三乘積之對數若反言之則設一數爲本數第一率命爲方積而其開平方之根爲折小第二率開立方之根爲折小第三率三乘方之根爲折小第四率故以本數之對數二除之卽平方根之對數三除之卽立方根之對數四除之卽三乘方

根之對數推之多乘其倍大折小之率莫不皆然然倍大各率與連比例率相應而折小各率不相應者謂二率平方積自乘一率方根除之得三率立方積二三率平方立方二積相乘一率方根除之得四率三乘方積推之各率皆然折小各率則不然蓋倍大之率率數也故求對數用乘法折小之率率分也故求對數用除法倍大不僅率數亦有率分如以二率之二除一率之一得○五卽倍大第二率之率分以三率之三除一率之一得○三三三零卽倍大第三率之率分折小不僅率分亦有率數如○五卽折小第二率之率數○三三三零卽折小第三率之率數其倍大折小同率之率分率數恆兩兩反對其每率之率分率數恆與第

一率之一爲三率連比例而必以一爲中率故以率分除之或以率數乘之得數必同且不特此也率有整亦有零整率者如倍大折小一二三四等率非率分爲整數卽率數爲整數零率者如有一數較本數開平方根則不足較本數開立方根則有餘其率分必爲二而下帶畸零小餘或較本數自乘積則有餘較本數再乘積則不足其率數亦必爲二而下帶畸零小餘而以此種帶畸零之率分或率數爲首率一爲中率求其末率必仍帶畸零是此種倍大折小之率分率數皆帶畸零而成零率矣若今所用之對數正眞數之率數也非率分而其本數第一率爲一〇故

一〇之對數爲一卽一率之一而一〇〇爲本數倍大第二率其對數亦爲二一〇〇〇爲本數倍大第三率其對數亦爲三若一以上一〇以下（自二至九）則不滿一率故對數首位爲〇而下帶畸零一〇以上一〇〇以下（自十一至九十九）則不滿二率故對數首位爲一而下帶畸零此卽所謂零率也知對數之爲連比例率數而求對數之法可得而言矣

倍大率

率數	一率	率分
一〇〇〇	方根	一〇〇〇
	二率	
二〇〇〇	平方積	〇五〇〇
	三率	
三〇〇〇	立方積	〇三三三
	四率	
四〇〇〇	三乘方積	〇二五〇
	五率	
五〇〇〇	四乘方積	〇二〇〇
	六率	
六〇〇〇	五乘方積	〇一六六
	七率	
七〇〇〇	六乘方積	〇一四二
	八率	
八〇〇〇	七乘方積	〇一二五
	九率	
九〇〇〇	八乘方積	〇一一一
	十率	
十〇〇〇	九乘方積	〇一〇〇

折小率

分率	一率	平數
一〇〇〇	方積	一〇〇〇
	二率	
二〇〇〇	平方根	〇五〇〇
	三率	
三〇〇〇	立方根	〇三三三
	四率	
四〇〇〇	三乘方根	〇二五〇
	五率	
五〇〇〇	四乘方根	〇二〇〇
	六率	
六〇〇〇	五乘方根	〇一六六
	七率	
七〇〇〇	六乘方根	〇一四二
	八率	
八〇〇〇	七乘方根	〇一二五
	九率	
九〇〇〇	八乘方根	〇一一一
	十率	
十〇〇〇	九乘方根	〇一〇〇

以本數爲積求折小各率

第一術

法檢本率乘數之開方初商表取其較小於本數者以其根爲第一數正　次以本數爲除法以初商實減本數其減餘數爲乘法其所求第幾率名爲率分乃以乘法乘第一數除法除之又以率分除之爲第二數正　以乘法乘第二數除法除之又以率分加一乘之二因率分除之爲第三數正　乘法乘第三數除法除之二因率分加一乘之三因率分除之爲第四數正　乘法乘第四數除法除之三因率分加一乘之四因率分除之爲第五數正　如是遞求至

應求位數乃并諸正數得所求

按此術項氏所定

第二術

法檢本率乘數之開方初商表取其較小於本數者以其根爲第一數正　次以初商實爲除法以初商實減本數其減餘數爲乘法乃以乘法乘第一數除法除之又以率分除之爲第二數正　乘法乘第二數除法除之又以率分減一乘之二因率分除之爲第三數負　乘法乘第三數除法除之二因率分減一乘之三因率分除之爲第四數正　乘法乘第四數除法除之三因率分減一乘之四因率分除之爲

第五數負　如是遞求至應求位數乃并諸正數又并諸負數減之得所求

按此術予所定

第三術

法檢本率乘數之開方初商表取其較大於本數者以其根爲第一數正　次以初商實爲除法初商實內減本數其減餘數爲乘法乃以乘法乘第一數除法除之又以率分除之爲第二數負　乘法乘第二數除法除之又以率分減一乘之二因率分除之爲第三數負　乘法乘第三數除法除之二因率分減一乘之三因率分除之爲第四數負　乘法乘第四

數除法除之三因率分減一乘之四因率分除之爲第五數負　如是遞求至應求位數乃幷諸負數減第一正數得所求

按前開平方七術卽此法

第四術

法檢本率乘數之開方初商表取其較大於本數者以其根爲第一數正　次以本數爲除法初商實內減本數其減餘數爲乘法乃以乘法乘第一數除法除之又以率分除之爲第二數負　乘法乘第二數除法除之又以率分加一乘之二因率分除之爲第三數正　乘法乘第三數除法除之二因率分加一

一乘之三因率分除之爲第四數負　乘法乘第四數除法除之三因率分加一乘之四因率分除之爲第五數正　如是遞求至應求位數乃并諸正數又并諸負數減之得所求

按前二術于所定與項氏所定暗合

以本數爲根求倍大各率

第一術

法任截本數幾位依本率乘數累乘之爲第一數正

次以本數爲除法本數內減截去數爲乘法其所求第幾率名爲率數乃以乘法乘第一數除法除之又以率數乘之爲第二數正　乘法乘第二數除法

除之又以率數加一乘之二除之爲第三數正　乘法乘第三數除法除之率數加二乘之三除之爲第四數正　乘法乘第四數除法除之率數加三乘之四除之爲第五數正　如是遞求至單位下乃并諸正數得所求

第二術

法任截本數幾位依本率乘數累乘之爲第一數正　次以截去數爲除法本數內減截去數其減餘數爲乘法乃以乘法乘第一數除法除之又以率數乘之爲第二數正　乘法乘第二數除法除之率數減一乘之二除之爲第三數正　乘法乘第三數除法

除之率數減二乘之三除之爲第四數正　乘法乘第四數除法除之率數減三乘之四除之爲第五數正　如是遞求至率數減盡而止乃并諸正數得所求

第三術

法任截本數幾位於末位加一依本率乘數累乘之爲第一數正　次以截去數加一爲除法截去數加一內減本數其減餘數爲乘法乃以乘法乘第一數除法除之又以率數乘之爲第二數負　乘法乘第二數除法除之率數減一乘之二除之爲第三數正乘法乘第三數除法除之率數減二乘之三除之

爲第四數負　乘法乘第四數除法除之率數減三乘之四除之爲第五數正　如是遞求至率數減盡而止乃并諸正數又并諸負數減之得所求

第四術

法任截本數幾位依前術加一依本率乘數累乘之爲第一數正　次以本數爲除法截去數加一內減本數其減餘數爲乘法乃以乘法乘第一數除法除之又以率數乘之爲第二數負　乘法乘第二數除法除之率數加一乘之二除之爲第三數正　乘法乘第三數除法除之率數加二乘之三除之爲第四數負　乘法乘第四數除法除之率數加三乘之四

除之爲第五數正　如是遞求至單位下乃并諸正數又并諸負數減之得所求

按有本數求倍大折小各率本通爲一法非有二義其第二數倍大用率數乘者緣率分率數與單一爲三率連比例率分爲首率則單一爲中率率數爲末率故以率分除之之數即同於率數乘之之數而折小各率率分整而率數零故用率分爲便倍大各率率數整而率分零故用率數爲便也其第三數以率數加減一乘之二除之者緣連比例首率與中率之比同於中率與末率之比前四術首率內加減中率乘之倍首率除之後四術中

率內加減末率乘之倍中率除之其得數必同也

以下各數義倣此其第二三術與前第二三術正負各異

者緣乘法雖云率數內減一實一內減率數其減

餘爲負算故乘爲負乘既爲負乘則乘後之正負

必變故能綠逐數皆負者爲正負相間變正負相

間者爲逐數皆正也其率數減盡而止者凡算例

以適足爲實任以正數負數乘除之必仍爲適足

或正負數爲實以適足數乘除之亦爲適足故率

數減盡則以下無數也

又按前四術可爲開方捷法後四術所求止須以

本數累乘卽得而挨次遞求似乎較煩然開方與

累乘但能求倍大折小各整率若前八術則凡第一數可知者雖零率亦可求用之對數爲尤要也又按每數遍用之乘法除法若先以除法除乘法用爲遞次乘法則一次乘可代一乘一除若先以乘法除除除法用爲遞次除法則一次除可代一乘一除

論對數根

對數根者諸對數之所生即單一下無數空位零一之對數也舊法以一〇為積開方五十四次以其方根單一下空位後所帶之零數為一率單一折半五十四次（即一兆八千餘億除單一之數）為二率單一下十五空位零一之一為三率求得四率為對數根夫以一〇為積開方五十四次即以一〇為本數第一率求折小第一兆八千零一十四萬三千九百八十五億零九百八十四萬一千九百八十四率也今有本數即可求折小各率則是第五十四次開方數可以徑求矣既可徑求則求第一兆八千餘萬億率不如求第一無

量數率一無量數猶云一千或一萬何也蓋一兆八千餘萬億率爲第五十四次開方數之率分其位數甚多用連比例求得率數亦有多位卽第五十四次開方數之對數而布算甚繁一無量數數雖極大而仍爲一不過一下有無數空位耳以爲首率用連比例求末率必爲單位下無數空位零一此卽求對數根四率之二率數既爲一可省多位乘法一次且一無量數較一兆有零爲尤密也

今定一〇之對數爲單一求對數根

法先以一〇開平方五次或開平方三次三乘方一次或平方一次三乘方二次皆可但取其降位易而已得折小第三十二率一〇七四六〇

七八二八三二一三一七四九七爲對數根之用數用數見後第三十二率以前各率爲用數則降位稍難若三十二率以後皆可爲用數不必定用三十二率也置用數減去首位單一以除用數得一四四〇三四一九二一八八六八六五三九爲遞次除法用數爲通用除法用數減首位爲通用乘法此卽前所云以乘法除除除法爲遞次除法則一次除可代一乘乘一除也乃以除法除單一以折小率三十二乘之得二二二一六九四六九〇二四九六三二六六爲第一數正

除法除第一數一乘之二除之得七七一二三八六四〇一〇六七八三〇爲第二數正　除法除第二數二乘之三除之得三五六九七〇一六四九二五一三三爲第三數正　除法除第三數三乘之四

除之得一八五八七七八二一四九九八〇五爲第四數正　除法除第四數四乘之五除之得一〇三二四〇九四四二〇八三爲第五數正　如是遞求得五九七三一七三三七四一爲第六數正　三五五四六一六三一三爲第七數正　二一五九四一〇四六爲第八數正　一三三二六五三〇爲第九數正　八三二七一〇爲第十數正　五二五五七爲第十一數正　三三四五爲第十二數正　二一四爲第十三數正　一四爲第十四數正　一爲第十五數正　乃并諸正數得二三〇二五八五〇九二九九四〇四五七七爲首率單一爲中率求得末率

〇四三四二九四四八一九〇三二五一八二一即

對數根也

用數 一〇七四六〇七八二八三二一三一七四九七

除法 一四四〇三四一九二一八八六八六五三九

第一數	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五
三														
三														
二	七													
一	七	三												
六	一	五	一											
九	二	六	八	一										
四	三	九	五	〇										
六	八	七	八	三	五									
九	六	〇	七	二	九	三								
〇	四	一	七	四	七	五	二							
三	〇	六	八	〇	三	五	一	一						
四	一	四	二	九	一	四	五	三						
九	〇	九	四	四	七	六	九	三	八					
六	六	二	九	四	三	一	四	二	三	五				
三	七	五	九	二	三	六	一	六	二	二	三			
二	八	一	八	〇	七	三	〇	五	七	五	三	二		
六	三	二	〇	八	四	一	四	三	一	五	四	一	一	
六	〇	二	五	三	一	三	六	〇	〇	七	五	四	四	一

除法除之 同 同 同 同 同 同 同 同 同 同 同 同 同

一乘 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二 十三 十四

二除得 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二 十三 十四 十五

並得數首率 二三〇二五八五〇九二九九四〇四五七七

中率 一

末率 〇四三四二九四四八一九〇三二五一八二一

按此卽以一〇爲本數第一率依第一術求折小第一無量數率也其第一數本爲單一（凡求極多率者初商位爲單一）以對數例以單一下之零數爲比例而截去首位故置第一數不用而竟以第二數爲第一數也其以三十二乘之者緣用數係本數之折小第三十二率當於求得數後以三十二乘之爲所求數而以三十二乘第一數其得數亦同也所異者求法既依第一術則第二數應以一無量數加一乘之二無量數除之而何以用一乘二除不知求極多率者無加一之差也今試以九乘方言之其率分爲十其乘法十一與除法二十之比較一與

二之比所差尙大若兩位九乘方謂九十九乘方其率分爲百而一百零一與二百之比較一與二之比所差較微若三位九乘方謂九百九十九乘方其率分爲千而一千零一與二千之比較一與二之比其差更微由是推之多位九乘方則其差必極微而可以不計矣且非特不計已也譬之割圓有大弧弦求析分小弧弦每數乘法有分子畁之減差析之愈小減差愈微若求弧綫則有分母無分子幷此減差而無之葢稍有減差則綫亦稍有觚稜而非眞弧綫矣求對數根亦然必須開無窮無盡極多位九乘方幷此加差而無之然後求至數百千位而無

不合若稍有加差則滯於第幾率而求至多位反不合矣卽如開平方五十四次而所求之對數根不過十五六位若欲增求一位必須再開三四次不能如前法之求幾位卽得幾位者以其滯於一兆八千餘萬億率也然則一乘二除二乘三除正開無窮無盡極多位九乘方之法無以名之姑名爲折小第一無量數率耳

論用數

前言有本數求折小第一無量數率可以徑求此立法也而法有所窮必須先求三十二率何也蓋多率之開方初商表其數極繁惟初商單一則任折小至多率而初商實亦必仍爲單一幸而求折小多率者其首位必爲單一故用第一第二兩術其第一數必爲單一而初商實猶可知若用第三四術則初商必爲二而初商實卽極繁而不可求矣然卽用第一二術而其中又有窒礙今試以一一○爲本數依第一術求之則以一○爲除法初商實一減一○得九爲乘法乘除法相差甚微而位不降位不降卽不能遞求

依第二術則一除九乘位不惟不降而反升尤不能
遞求是窒礙也夫求折小多率者其本數必須單一
下有空位空位後帶零數則減餘數小而可求今本
數一〇既非單一又無零數則必假一單一下有空
位帶零數之數以求之此用數之所由來也而求用
數約有四法以本數先求折小第幾率爲用數其第
一數以折小率若干乘之然後遞求此一法也以本
數首位降爲單位以自二至九自一一至一九諸數
累除之爲用數求得數後以除法對數加之視降幾
位再首位加幾又一法也以本數先求倍大第幾率
以首位降爲單位爲用數求得數後視降幾位則首

位加幾然後以倍大率若干除之又一法也置本數以自二至九累乘之以首位降爲單位爲用數求得數後視降幾位首位加幾然後以乘法之對數減之又一法也然第一法取數不易而有畸零惟求對數根不得已而用之第二法亦有畸零第三法雖無畸零而不可必得蓋諸數之倍大率不能輒得首位爲一而下有空位也惟第四法既無畸零且可必得故求用數可以倍大率求者則用倍大率其不可用倍大率者則用借數累乘法爲便也

假如以倍大率求二之用數

法以二自乘九次得一千零二十四爲二之倍大第

十率降三位得一〇二四為二之用數

　假如以累乘法求七之用數

法以七用二乘之得十四又以八乘之得一百一十二又以九乘之得一千零八降三位得一〇〇八為七之用數

　假如兼用倍大率及累乘法求三之用數

法以三自乘再乘得二十七為三之倍大第三率以四乘之得一百零八降二位得一〇八為三之用數

論借數

借數者自二至九共八數借爲累乘之數也凡諸數擇八數內之數乘之皆可得首位爲一而下有空位故借數不必廣求即八數而已足但由用數求得之之對數必以乘法之對數減之則必先求借數之對數而借數雖有八數實止三數何也二五四八本通爲一數三六九亦通爲一數惟七則自爲一數故有三數之對數而八數之對數已備有八數之對數而諸數之用數亦無不備矣

假如有對數根求二與四與五與八之對數

法依前求得二之用數一〇二四減去單一得〇〇

二四爲遞次乘法乃以乘法乘對數根得〇〇一〇四二三〇六七五六五六七八〇四三（凡乘法在單位下則乘得數小於原數）爲第一數正　乘法乘第一數一乘之二除之得一二五〇七六八一〇七八八一三七爲第二數負　乘法乘第二數二乘之三除之得二〇〇一二二八九七二六一〇爲第三數正　乘法乘第三數三乘之四除之得三六〇二二一二一五〇七爲第四數負　如是遞求得六九一六二四七三三爲第五數正　一三八三二四九五爲第六數負　二八四五五四爲第七數正　五九七六爲第八數負　一二七爲第九數正　三爲第十數負　乃并

諸正數得〇〇一〇四二五〇六九四八六五六〇
〇六七又并諸負數得〇〇〇〇一二五一一二八
四六七四八一一八以負減正得〇〇一〇二九九
九五六六三九八一一九四九爲用數之對數以用
數係降三位乃於首位加三得三〇一〇二九九九
五六六三九八一一九四九爲一千零二十四之對
數以一千零二十四係二之倍大第十率乃以十除
之得〇三〇一〇二九九九五六六三九八一一九
小餘四九爲二之對數也
求四之對數者以四卽二之倍大第二率乃以二之
對數二乘之得〇六〇二〇五九九九一三二七九

六二三八九八卽四之對數

求五之對數者以二與五相乘卽十乃以十之對數

單一內減二之對數得○六九八九七○○○四三

三六○一八八○五一卽五之對數

求八之對數者以八卽二之倍大第三率乃以二之

對數三乘之得○九○三○八九九八六九九九一九

四三五八四七卽爲八對數

用數	一〇二四
乘法	〇〇二四

第二數 二 三 四 五 六 七 八 九 十

二	三	四	五	六	七	八	九	十
〇								
〇								
一								
〇								
四	一							
二	二							
三	五	二						
〇	〇	〇						
六	七	〇	三					
七	六	一	六					
五	八	二	〇	六				
六	一	二	二	九	一			
五	〇	八	二	一	三			
六	七	九	一	六	八	二		
七	八	七	二	二	三	八		
八	八	二	一	四	二	四	五	
〇	一	六	五	七	四	五	九	一
四	三	一	〇	三	九	五	七	二
三	七	〇	七	三	五	四	六	七三
乘法乘之一乘二除得	同二乘三除得	同三乘四除得	同四乘五除得	同五乘六除得	同六乘七除得	同七乘八除得	同八乘九除得	同九乘十除得

并正數	〇〇一〇四二五〇六九四八六五六〇〇七六	
并負數	〇〇〇〇一二五一一二八四六七四八一一八	
減得	〇〇一〇二九九九五六六三九八一一九四九	
首位加三	三〇一〇二九九九五六六三九八一一九四九	
十除之	〇三〇一〇二九九九五六六三九八一一九四九	二之對數
二乘之	〇六〇二〇五九九九一三二七九六二三八九八	四之對數
以減單一	〇六九八九七〇〇〇四三三六〇一八八〇五一	五之對數
三乘之	〇九〇三〇八九九八六九九九一九四三五八四七	八之對數

假如求三與六與九之對數

法依前求得三之用數一〇八減去單一得〇〇八爲遞次乘法乃以乘法乘對數根得〇〇三四七四三五五八五五二二六〇一四四九爲第一數正

乘法乘第一數一乘之二除之得一三八九七四二三四二〇九〇四〇五八爲第二數負　乘法乘第二數二乘之三除之得七四一一九五九一五七八一五五〇爲第三數正　乘法乘第三數三乘之四除之得四四四七一七五四九四六八九三爲第四數負　如是遞求得二八四六一九二三一六六〇一爲第五數正　一八九七四六一五四四四〇爲

第六數負　一三〇一一一六四八七六爲第七數
正　九一〇七八一五四一爲第八數負　六四七
六六六八七爲第九數正　四六六三二〇一爲第
十數負　三三九一四二爲第十一數正　二四八
七〇爲第十二數負　一八三七爲第十三數正
一三六爲第十四數負　一〇爲第十五數正　一
爲第十六數負　乃幷諸正數得〇〇三四八一七
九六四〇七〇六九七二一五二又幷諸負數得〇
〇〇一三九四二〇八五八三七四七五一四〇以
負減正得〇〇三三四二三七五五四八六九四九
七〇一二爲用數之對數以用數係降二位乃於首

位加二得二〇三三四二三七五五四八六九四九
七〇一二爲一百零八之對數以係借四乘再減四
之對數得一四三一三六三七六四一五八九八七
三一一四爲二十七之對數以二十七係三之倍大
第三率乃以三除之得〇四七七一二一二五四七
一九六六二四三一七卽三之對數也
求六之對數者以二三相乘卽六乃以二之對數加
三之對數得〇七七八一五一二五〇三八三六四
三六三〇二卽六之對數
求九之對數者以九係三之倍大第二率乃以三之
對數二乘之得〇九五四二四二五〇九四三九三

二四八七四二卽九之對數

用數 一〇八

乘法 〇〇八

第一數	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六
〇															
〇															
三															
四	一														
七	三														
四	八	七													
三	九	四	四												
五	七	一	四	二											
五	四	一	四	八	一										
八	二	九	七	四	八	一									
五	三	五	一	六	九	三									
五	四	九	七	一	七	〇	九								
二	二	一	五	五	四	一	一	六							
二	〇	五	四	二	六	一	〇	四	四						
六	九	七	九	三	一	一	七	七	六	三					
〇	〇	八	四	一	五	六	八	六	六	三	二				
一	四	一	六	六	四	四	一	六	三	九	四	一			
四	〇	五	八	六	四	八	五	六	二	一	八	八	一		
四	五	五	九	〇	四	七	四	八	〇	四	七	三	三	一	
九	八	〇	三	一	〇	六	一	七	一	二	〇	七	六	〇	一

并正數	并負數	減得	首位加二
〇	〇	〇	二
〇	〇	〇	〇
三	〇	三	三
四	一	三	三
八	三	四	四
一	九	二	二
七	四	三	三
九	二	七	七
六	〇	五	五
四	八	五	五
〇	五	四	四
七	八	八	八
〇	三	六	六
六	七	九	九
九	四	四	四
七	七	九	九
二	五	七	七
一	一	〇	〇
五	四	一	一
三	〇	二	二

乘法乘之	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五
乘	同	同	同	同	同	同	同	同	同	同	同	同	同	同	同
除得	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六

內減四之對數	一四三一三六三七六四一五八九八七三一四	
三除之	○四七七一二一二五四七一九六六二四三七一	三之對數
內加二之對數	○七七八一五一二五○三八三六四三六三二○	六之對數
二乘三之對數	○九五四二四二五○九四三九三二四八七四二	九之對數

假如求七之對數

法依前求得七之用數一○○八減去單一得○○○八爲遞次乘法乃以乘法乘對數根得○○○三四七四三五五八五五二二六○一四五爲第一數正○乘法乘第一數一乘之二除之得一三八九七四二三四二○九○四一爲第二數負　乘法乘第二數二乘之三除之得七四一一九五九一五七八二爲第三數正　乘法乘第三數三乘之四除之得

四四四七一七五四四九九五爲第四數負　如是遞求得二八四六一九二三爲第五數正　一八九七四六爲第六數負　一三〇一爲第七數正　九爲第八數負　乃并諸正數得〇〇三四七四四二九九七七六六三九一五一又并諸負數得〇〇〇〇〇一三八九七八六八一五七四二九一以負減正得〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八六〇爲用數之對數以用數係降三位乃於首位加三得三〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八六〇爲一千零八之對數以係二與八與九疊乘所得乃并二八九之三對數得二一一五八三六二四九二

○九五二四九六五三八減之得○八四五○九八○四○○一四二五六八三二二即七之對數也

項	數	注
用數	一○○八	
乘法	○○○八	
第一數 一	○○○三四七四三五五八五五二二六○一四五	乘法乘之一乘二次得
二	一三八九七四二三四二○九○四一	同二三
三	七四一一九五九一五七八二	同三四
四	四四四七一七五四九五	同四五
五	二八四六一九二三	同五六
六	一八九七四六	同六七
七	一三○一	同七八
八	九	
并正數	○○○三四七四四二九九七七六六三九一五一	
并負數	○○○○○一三八九七八六八一五七四二九一	
減得	○○○三四六○五三二一○九五○六四八六○	
首位加三	三○○三四六○五三二一○九五○六四八六○	
并三對數	二一五八三六二四九二○九五二四九六五三八	
減得	○八四五○九八○四○○一四二五六八三二二	七之對數

按此用第二術開極多位九乘方法也舊法求二之對數亦以一〇二四爲用數而以單一下十五空位零一之一爲一率單一下十五空位零一之對數卽今所用對數根爲二率用數開平方四十七次以其單一下之零數爲三率求得四率然後以平方四十七次折小率一百四十餘萬億乘之得用數之對數夫一率之一本可省乘今旣開極多位九乘方其折小之率分爲一無量數而一無量數之一亦可省乘開方旣用零數則第一數亦可置不用而竟以第二數爲第一數止須求得開方零數以對數根乘之卽得用數之對數而遞求

法之例於求得數後乘之與乘第一數得數必同故竟以乘法乘對數根為第一數也本應以對數根乘不用之第一數然後以乘法乘之而不用之第一數係單一故可省乘其求對數根用第一術而此用第二術者蓋對數根之用數係多位畸零凡多位畸零者除便於乘故以一次除代一乘一除既用除法則用第一術與第二術同一畸零除法不如第一術之降位稍易矣若今所求之用數均位少而無畸零不惟乘法止一二位抑且用第二術則除法即單一可以省除故雖降位稍難而終以第二術為便也

假如有借數求二十三之對數

法置二十三以五乘之得一百十五又以九乘之得一千零三十五降三位得一〇三五爲二十三之用數減去首位單一得〇〇三五爲遞次乘法乃以乘法乘對數根得〇〇一五二〇〇三〇六八六六六一三八一三四爲第一數正　乘法乘第一數一乘之二除之得二六六〇〇五三七〇一六五七四一七爲第二數負　乘法乘第二數二乘之三除之得六二〇六七九一九七〇五三四〇爲第三數正　乘法乘第三數三乘之四除之得一六二一九二八二八九二二六五爲第四數負　如是遞求得四五六

一九九二○九八三爲第五數正　一三三○五八一○二九爲第六數負　三九九一七四三一爲第七數正　一二三二四七一爲第八數負　三八○三二爲第九數正　一一九八爲第十數負　三八爲第十一數正　一爲第十二數負　乃并諸正數得○○一五二○六五一八二二四五七一九九五八又并諸負數得○○○○二六六一六八四三一六三五四三八一以負減正得○○一四九四○三四九七九二九三六五五七七爲用數之對數以係降三位乃於首位加三得三○一四九四○三四九七九二九三六五五七七爲一千零三十五之對數

以係五與九疊乘所得乃以五與九兩對數相并得一六五三二一二五一三七七五三四三六七九三減之得一三六一七二七八三六〇一七五九二八七八四即二十三之對數也

用數
一〇三五

乘法
〇〇三五

第一數 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十一 十二

〇
〇
一
五
一二
〇六
〇六六
三〇二一
〇〇〇六
六五六二四一
八三七九五一
六七九二六三
六〇一八一三三
六一九二九〇九一
二六七八九五九二
三五〇九二八一二三
八七五二〇一七二八
一四三二九〇四四〇一
三一四六八二三七三九
四七〇五三九一一二八八一

乘 同同同同同同同同同同

法乘之
一乘 二三四五六七八九十十一
二除得 三四五六七八九十十一十二

并正數
〇〇一五二〇六五一八二二四五七一九九五八

并負數
〇〇〇〇二六六一六八四三一六三五四三八一

減得 ○○一四九四○三四九七九二九三六五五七七 首位加三

二四九四對數共 一六五三二一二五一三七七五三四三六七九三

減得 一三六一七二七八三六○一七五九二八七八四 二十三之對數

按求十萬對數前法爲便以眞數無畸零也若求八線對數則眞數本屬畸零當依求對數根之法爲便矣大要求對數之法難於起始以後徧求各數審擇用之可耳又今所求之對數係十八位小餘二位故須遞求多數若求十一二位更不必遞求多數也

坿對數還原

論借用本數

對數爲眞數之率數而恆以一〇爲本數第一率既有本數第一率又有率數則依以本數爲根求倍大各率之法求之可矣然其中有窒碍而一〇不可用爲本數何也整率之第一數可截本數依本率乘數累乘而得若零率之第一數則累乘中無其數對數之爲率數皆零率也故其第一數不可知不可知卽不可求矣但不可知之中自有可知者在凡整率之首位單一者則任倍大若干率而累乘所得之第一數必仍爲單一而不變整率遇單一而不變則零率

遇單一其第一數必仍爲單一而不變無疑矣故凡零率而第一數可用單一者則可知而亦可遞求也第一數既必須用單一則以一○爲第一率內減單一其減餘數大而不能遞求矣此借用本數之所由來也而借用之本數莫善於一○○○○一何以言之蓋用第二術則其首位之單一爲通用除法既可省除而減去單一得○○○○○○一爲通用乘法只須降六位亦可省乘而降位又易故以一○○○○○一爲便也惟諸對數係以一○爲第一率之率數今用一○○○○○一爲第一率則率數不合矣法先求得一○○○○○一之對數用爲除法凡

諸對數以除法除之其所得數即以一〇〇〇〇〇一爲本數第一率之率數也

假如以一〇〇〇〇〇一爲借用本數求其對數爲除法

法以對數根降六位得〇〇〇〇〇〇〇四三四二九四四八一九〇三三爲第一數正　以第一數降六位一乘之二除之得二一七一四七二爲第二數負　以第二數降六位二乘之三除之得一爲第三數正　乃以第一第三兩數相并內減第二數得〇〇〇〇〇〇〇四三四二九四四二六四七五六二爲借用本數之對數即求率數之除法也

本數	一〇〇〇〇〇〇一	
乘法	〇〇〇〇〇〇一	
第一數	〇〇〇〇〇〇〇四三四二九四四八一九〇三三	乘法乘之一乘二除
二	二一七一四七二	同二乘
三	一	三除
並得數	〇〇〇〇〇〇〇四三四二九四四八一九〇三四	
減得	〇〇〇〇〇〇〇四三四二九四二六四七五六二	一〇〇〇〇〇一之對數

論借用率數

前言以一○○○○○○一之對數除所設對數爲率數而一○○○○○○一之對數單位下有七空位諸對數至小者止一空位今以借用本數之對數除之其率數必甚大率數既大則每次通用乘法雖降六位而每次用率數之乘法且不止升六位則位仍不降而不可求矣故須參用舊法先求得自二至九自一一至一九自一○一至一○九自一○○一至一○○九自一○○○一至一○○○九自一○○○○一至一○○○○九自一○○○○○一至一○○○○○九各對數列爲表視所設對數有首位者

先去首位其餘足減何數之對數遞次減之減至六六七空位然後以借用本數之對數除之爲借用率數則率數小而可求矣求得數後再以遞減對數之眞數累乘之復視首位所減何數依數升若干位即得所求之眞數也

求備減表

自二至九各對數依前所求列之自一一至一九各對數內其一二與一四與一五與一六與一八均可加減而得惟一一與一三與一七與一九須仍前求得用數然後遞求若一〇一至一〇九則原數即可遞求不必再求用數至一〇〇一至一〇〇九則遞

求各數與一〇二至一〇九相同止須逐數遞降一位幷減之卽得若一〇〇〇一至一〇〇〇九則再降一位幷減之以後各數並同此法

真數		假數	小餘
二		〇三〇一〇二九九九五六六三九八一一九	四九
三		〇四七七一二一二五四七一九六六二四三	七一
四		〇六〇二〇五九九九一三二七九六二三八	九八
五		〇六九八九七〇〇〇四三三六〇一八八〇	五一
六		〇七七八一五一二五〇三八三六四三六三	二〇
七		〇八四五〇九八〇四〇〇一四二五六八三	二二
八		〇九〇三〇八九九八六九九一九四三五八	四七
九		〇九五四二四二五〇九四三九三二四八七	四二
一一		〇〇四一三九二六八五一五八二二五〇四	一七
一二		〇〇七九一八一二四六〇四七六二四八二	六九
一三		〇一一三九四三三五二三〇六八三六七六	九六
一四		〇一四六一二八〇三五六七八二四八〇二	七一
一五		〇一七六〇九一二五九〇五五六八一二四	二二
一六		〇二〇四一一九九八二六五五九二四七七	九六
一七		〇二三〇四四八九二一三七八二七三九二	七八
一八		〇二五五二七二五〇五一〇三三〇六〇六	九一
一九		〇二七八七五三六〇〇九五二八二八九六	一九

真數		假數	小餘
一○一		○○○四三二一三七三七八二六四二五六	六五
一○二		○○○八六○○一七一七六一九一七五五	九八
一○三		○○一二八三七二二四七○五一七二二○	四六
一○四		○○一七○三三三三九二九八七八○三五	四三
一○五		○○二一一八九二九九○六九九三八○七	四四
一○六		○○二五三○五八六五二六六六八四一二	六四
一○七		○○二九三八三七七七六八五一○九六四	○二
一○八		○○三三四二三七五五四八六九四九七○	一二
一○九		○○三七四二六四九七九四○六二三六三	三八
一○○一		○○○○四三四○七七四七九三一八六四	○七
一○○二		○○○○八六七七二一五三一二二六九一	二五
一○○三		○○○一三○○九三三○二○四一八一一	[illegible]六
一○○四		○○○一七三三七一二八○九○○○五二	九七
一○○五		○○○二一六六○六一七五六五○七六七	六二
一○○六		○○○二五九七九八○七一九九○八六一	二二
一○○七		○○○三○二九四七○五五三六一八○一	七○
一○○八		○○○三四六○九三二一○九五○六四八	六○
一○○九		○○○三八九一一六六二三六九一○五二	一六

眞數		假數	小餘
一〇〇〇一		〇〇〇〇〇四三四二七二七六八六二六六	九六
一〇〇〇二		〇〇〇〇〇八六八五〇二一一六四八九五	七二
一〇〇〇三		〇〇〇〇一三〇二六八八〇五二二七〇六	〇九
一〇〇〇四		〇〇〇〇一七三六八三〇五八四六四九一	八七
一〇〇〇五		〇〇〇〇二一七〇九二九七二二三〇二〇	八二
一〇〇〇六		〇〇〇〇二六〇四九八五四七三九〇三四	六九
一〇〇〇七		〇〇〇〇三〇三八九九七八四八一二四九	一九
一〇〇〇八		〇〇〇〇三四七二九六六八五三六三五四	〇八
一〇〇〇九		〇〇〇〇三九〇六八九二四九九一〇一三	一〇
一〇〇〇〇一		〇〇〇〇〇〇四三四二九二三一〇四三〇	八四
一〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇八六八五八〇二七八〇六二	六三
一〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇一三〇二八六三九〇二八四八	九三
一〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇一七三七一四三一八四九八〇	九二
一〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇二一七一四一八一二四五一三	五一
一〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇二六〇五六八八七二一五三九	六九
一〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇三〇三九九五四九七六一三九	八六
一〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇三四七四二一六八八八四〇三	三三
一〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇三九〇八四七四四五八四一六	七五

真數		假數	餘
一○○○○○一		○○○○○○○四三四二九四二六四七五	六二
一○○○○○二		○○○○○○○八六八五八八○九五二一	八七
一○○○○○三		○○○○○○一三○二八八一四九一三八	八五
一○○○○○四		○○○○○○一七三七一七四四五三二六	六四
一○○○○○五		○○○○○○二一七一四六六九八○八五	三三
一○○○○○六		○○○○○○二六○五七五九○七四一五	○一
一○○○○○七		○○○○○○三○四○○五○七三三一五	七七
一○○○○○八		○○○○○○三四七四三四一九五六八七	六七
一○○○○○九		○○○○○○三九○八六三二七四八三○	八三

假如有對數一三六一七二七八三六〇一七

五九二八七八四求借用率數

法置所設對數去首位一得〇三六一七二七八三六〇一七五九二八七八四檢備減表足減二之對數乃以二之對數減之得〇〇六〇六九七八四〇三五三六一一六八三五又檢表足減一一之對數減得〇〇一九三〇五一五五一九五三八六六四一八又足減一〇四之對數減得〇〇〇二二七一八一五八九六六〇六二八七五又足減一〇〇五之對數減得〇〇〇〇一〇五七五四一四〇〇九八六一一三又足減一〇〇〇二之對數減得〇〇

○○○一八九○三九二八四四九六五四一又足
減一○○○四之對數減得○○○○○○一五
三二四九六五九九八四四九又足減一○○○
○三之對數減得○○○○○○二二九六一五
一○八四五六四前已得七空位乃以借用本數之
對數四三四二九四二六四七五六二除之得○五
二八七○八五九○二一二○為借用率數也

一三六一七二七八三六○一七五九二八七八四　首位減一得
○三六一七二七八三六○一七五九二八七八四　丙減二之對數
○三○一○二九九九五六六三九八一一九四九　減得
○○六○六九七八四○三五三六一一六八三五　丙減一一之對數
○○四一三九二六八五一五八二二五○四一七　減得
○○一九三○五一五五一九五三八六六四一八　丙減一○四之對數

〇〇一七〇三三三九二九八七八〇三五四三　減得

〇〇〇二二七一八一五八九六六〇六二八七五　內減一〇〇五之對數

〇〇〇二二六八〇六一七五六五〇七六七六三　減得

〇〇〇〇一〇五七五四一四〇〇九八六一一三　內減一〇〇〇二之對數

〇〇〇〇〇八六八五〇二一一六四八九五七二　減得

〇〇〇〇〇一八九〇三九二八四四九六五四一　內減一〇〇〇〇四之對數

〇〇〇〇〇一七三七一四三八四九八〇九二　減得

〇〇〇〇〇〇一五三二四九六五九九八四四九　內減一〇〇〇〇〇三之對數

〇〇〇〇〇〇一三〇二八八一四九一三八八五　減得

〇〇〇〇〇〇二二九六一五一〇八四五六四　以借用本數之對數

〇〇〇〇〇〇四三四二九四二六四七五六二　除之得

〇五二八七〇八五九〇二一二〇　借用本數

假如有對數一三六一七二七八三六○一七
五九二八七八四求其眞數
法依前求得借用率數○五二八七○八五九○二
一二○乃以借用本數首位單一下加十九空位得
一○○○○○○○○○○○○○○○○○○○
爲第一數正　次以借用本數減去單一得○○○
○○○一爲乘法以乘法乘第一數又以率數乘之
得五二八七○八五九○二一二○爲第二數正
乘法乘第二數又以率數反減一得○四七一二九
一四（截用九位）乘之二除之得一二四五九二九爲第
三數負　乘法乘第三數又以率數反減二得一四

七截用三位乘之三除之得一爲第四數正　乃并諸正數得一○○○○○五二八七○八五九○二一內減第三負數得一○○○○○○五二八七○八四六五六一九二乃以前求借用率數時遞減各對數之眞數一○○○○○○三與一○○○○四與一○○○二與一○○五與一○四與一一與二累乘之得二二九九九九九九九九九九九九九九八五八棄零進一得二三又以前求率數時會減首位之一應升一位得二十三卽所求之眞數也

項	數	說
本數	一〇〇〇〇〇二	
乘法	〇〇〇〇〇〇一	
節一數 一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	降六位本數乘之得
二	五二八七〇八五九〇二一二〇	降六位本數減一乘之二除之得
三	一二四五九二九	降六位本數減二乘之三除之得
四	一	
并正數	一〇〇〇〇〇〇五二八七〇八五九〇二一二一	
減得	一〇〇〇〇〇〇五二八七〇八四六五六一九二	以一〇〇〇〇〇三乘之得
	一〇〇〇〇〇三五二八七一〇〇五一七四四六	以一〇〇〇〇〇四乘之得
	一〇〇〇〇四三五二八八五一二〇〇一四六七	以一〇〇〇二乘之得
	一〇〇〇二四三五三七五五六九七〇三八六七	以一〇〇五乘之得
	一〇〇五二四四七五五二四四七五五二四四八	以一〇四乘之得
	一〇四五四五四五四五四五四五四五四四八一	以一一乘之得
	一一四九九九九九九九九九九九九九九九二九	以二乘之得
	二二九九九九九九九九九九九九九九九八五八	棄零進一升一位
二三		

按此卽用求倍大各率第二術也其第三數變爲負者凡整率必大於單一其減一減二皆爲正減至率數減盡而止而無所爲反減故逐數皆正今所用之率數小於單一其減一減二皆爲反減反減則爲負以爲乘法故能變逐數皆正者爲正負相間也又凡對數遞減得三空位已可遞求惟逐數用率數之乘法多位畸零不免繁重故須減至七空位然亦爲求十八位對數之眞數而設耳若求十二位則一○○一卽可借爲本數而對數遞減至四空位卽可求借用率數矣

續對數簡法　　譚瑩玉生覆校

西法有對數表以加減代乘除用之極便而造之極難非難也未得其簡易之法也夫對數者無中生有之數也無數之中忽焉有數則必有起算之端又必有總持之訣又必有扼要之大綱三者不可缺一焉起算之端莫先於一亦莫備於一古人天元四元皆假一以立算一與一爲乘除一與一爲加減萬算皆從此起此假設對數所自昉也總訣者何對數較是也眞數比例同對數較必等扼要者何對數根是也全表之對數較皆以此根爲乘除三者其大關竅也由是堆垜以經之招差以緯之而對數全表八綫對數皆從此出矣余嘗仿四元識別法撰細草以明之

眞數旁註太字對數旁註元字假設對數旁註人字借以識別單位不用其算式其畧曰數始於一成於十一太與十之對數較一元十與百百與千千與萬其對數較同爲一元就此對數較之一元衰分析之爲九較自二至十逐一析之爲對數較以二太爲首較一加一爲二再析爲九十較自十一至百逐一析之爲對數較以一太一爲首較降位一加十分之一更析爲九百較自百一至千逐一析之爲對數較以一太〇一爲首較降位一加百分之一推之九千九萬以至無窮皆以一加一爲首較一無對數增之絲髮即有對數而爲對數較之首首較者一加絲髮之一也中間空位則視析較之多寡乃設首較之假數人一如法求十之假數以爲所有率原設十之對數一元爲所求率今設首較之假數一人爲今有數比例得首較之對數如設二太之假數

一四之假數二八之假數三求得十之假數三三二一九二八比例得二之對數又設一一之假數一求得十之假數二四一五八八五比例得一一之對數又設一〇一之假數一求得十之假數二三一四〇七九比例得一〇一之對數如是遞求至極多較之首較（一加微塵一）亦設假數一求得十之假數二三二二五八五比例得首較之對數以為對數根如法求逐數之對數較即得全表之對數夫首較者起算之端也求十之假數者求對數較之如積也求首較之對數者求扼要之對數根也備斯三節而全表指顧可成斯眞可謂簡易之法矣此戴君鄂士對數簡法所

由作也余近見李君壬叔對數探原一書深明對數較之理而戴君此書專明假設對數之理其續編專明對數根之理二君皆學有心得互相發明洵足爲後學津梁而戴君書尤爲明快余于乙卯秋奉諱旋里始識戴君讀其書今年又得讀李君書以方守古禮言不文之訓不敢贊一辭而戴君書來索序詞甚切摯且請俟祥禫之後蓋知禮之君子也咸豐七年秋杪余既服闋而是書亦適刻成乃踐前約而疏其大旨如此用以發明戴君之雅志至是書之精當不刋讀是書者當自知之不待余之贅說也是爲跋

徐有壬撰